ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	**A**	11	**A**	21	**A**	31	**A**	41	**B**
2	**A**	12	**C**	22	**B**	32	**B**	42	**A**
3	**C**	13	**B**	23	**C**	33	**A**	43	**C**
4	**D**	14	**D**	24	**A**	34	**C**	44	**C**
5	**A**	15	**D**	25	**B**	35	**B**	45	**B**
6	**B**	16	**A**	26	**A**	36	**A**	46	**C**
7	**B**	17	**B**	27	**C**	37	**A**	47	**D**
8	**D**	18	**B**	28	**D**	38	**B**	48	**B**
9	**A**	19	**C**	29	**A**	39	**D**	49	**B**
10	**C**	20	**D**	30	**C**	40	**A**	50	**A**

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Số cách chọn 1 học sinh từ 14 học sinh là 14.

Câu 2: Đáp án A

Áp dụng công thức: $u_{n+1} = u_n.q$. Ta có: $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 3: Đáp án C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 4: Đáp án D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 5: Đáp án A

Thể tích của khối lập phương có công thức $V = 6^3 = 216$.

Câu 6: Đáp án B

$\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5$

Câu 7: Đáp án B

Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{dx} = \int_1^2 f(x)\mathrm{dx} + \int_2^3 f(x)\mathrm{dx} = -2+1 = -1$

Câu 8: Đáp án D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -4$ tại $x = 3$.

Câu 9: Đáp án A

Nhìn vào đồ thị ta thấy đây không thể là đồ thị của hàm số bậc 3 => Loại C, D.

Khi $x \to +\infty$ thì $y \to -\infty$ => Loại B.

Câu 10: Đáp án C

Ta có: $\log_2(a^2) = 2\log_2 a\, 0$

Câu 11: Đáp án A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int(\cos x + 6x)\mathrm{d}x = \int \cos x\,\mathrm{d}x + 3\int 2x\,\mathrm{d}x = \sin x + 3x^2 + C$

Câu 12: Đáp án C

Ta có: $|1+2i| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

Câu 13: Đáp án B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $M'(2;-2;0)$.

Câu 14: Đáp án D

Tâm của (S) có tọa độ là $I(1;-2;3)$.

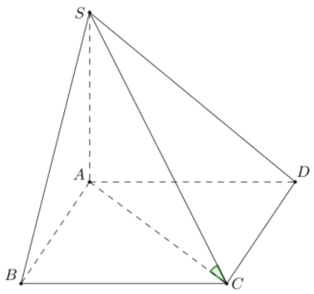
Câu 15: Đáp án D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0$ là $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

Câu 16: Đáp án A

Theo phương trình đường thẳng, đường thẳng *d* đi qua điểm $P(-1;2;1)$.

Câu 17: Đáp án B



Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ A \in (ABCD) \end{cases} \Rightarrow A$ là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$. Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$.

Khi đó, $(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = SCA$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}.\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SCA = 30^\circ$.

Câu 18: Đáp án B

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=1$. Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 19: Đáp án C

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 24x$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow -4x^3+24x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=\sqrt{6}\notin[-1;2] \\ x=-\sqrt{6}\notin[-1;2] \end{array}\right.. \ f(-1)=12, f(2)=33, f(0)=1.$$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=f(2)=33$.

Câu 20: Đáp án D

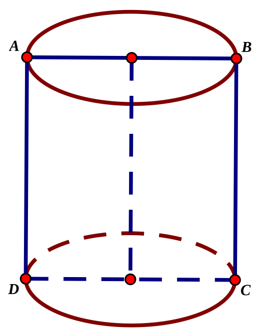
$\log_2 a=\log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a=\dfrac{1}{3}\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow 3\log_2 a=\log_2(ab) \Leftrightarrow \log_2 a^3=\log_2(ab) \Leftrightarrow a^3=ab \Leftrightarrow a^2=b$.

Câu 21: Đáp án A

$5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1\geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8\leq 0 \Leftrightarrow -2\leq x\leq 4$

Câu 22: Đáp án B



Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$. Theo đề bán kính đáy là $r=3$ nên $l=BC=2r=6$.

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.6=36\pi$.

Câu 23: Đáp án C

Ta có $3f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}$. Số nghiệm của phương trình chính là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{2}{3}$ (song song với trục hoành). Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 24: Đáp án A

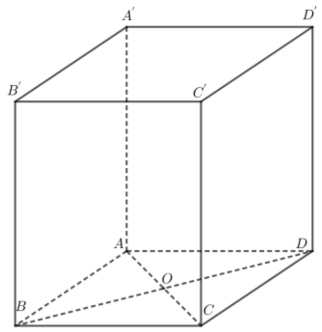
Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{x+2}{x-1}\mathrm{d}x=\int\dfrac{x-1+3}{x-1}\mathrm{d}x=\int\left(1+\dfrac{3}{x-1}\right)\mathrm{d}x=x+3.\ln|x-1|+C=x+3.\ln(x-1)+C$

(Do $x\in(1;+\infty)$ nên $x-1>0$ suy ra $|x-1|=x-1$).

Câu 25: Đáp án B

Áp dụng công thức $S=A.e^{Nr}$.Dân số Việt Nam năm 2035 là $S=93.671.600.e^{18.0,81\%}\approx 108.374.741$.

Câu 26: Đáp án A



Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có: $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông ABO ta có: $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = a$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = S_{ABCD}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.4a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 27: Đáp án C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$. Ta có: $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(5x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{5x+1}{x+1}$

Suy ra: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x+1}{x+1} = 5$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{5x+1}{x+1} = 5$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y = \lim\limits_{x\to-1^-} \frac{5x+1}{x+1} = +\infty$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cân đứng là $x = -1$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 5$.

Câu 28: Đáp án D

+ Dựa vào dạng đồ thị ta thấy: $a < 0$. Với $x = 0$ ta có: $y(0) = d < 0$ *(Quan sát đồ thị hàm số)*

Câu 29: Đáp án A

Từ hình vẽ ta thấy ,hình phẳng được gạch chéo là giới hạn bởi 2 hàm số $y = -x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2x - 2$

nên diện tích là $\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+2\right)\text{-}\left(x^2-2x-2\right)\right]\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 30: Đáp án C

Từ $z_2 = 1 - i$ suy ra $\overline{z_2} = 1 + i$. Do đó $z_1 + \overline{z_2} = (-3+i) + (1+i) = -2 + 2i$. Vậy phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$ là 2.

Câu 31: Đáp án D

Theo bài ta có, $z = (1+2i)^2$ hay $z = 1 + 4i + 4i^2 = -3 + 4i$. Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (1+2i)^2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $P(-3;\ 4)$.

Câu 32: Đáp án B

Từ bài toán ta có $\vec{a}+\vec{b}=\left(1+(-2);\, 0+2;\, 3+5\right)$ hay $\vec{a}+\vec{b}=\left(-1;\, 2;\, 8\right)$.

Do đó $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=1.(-1)+0.2+3.8=23$. Vậy $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=23$.

Câu 33: Đáp án A

Do mặt cầu (S) có tâm $I(0;\, 0;\, -3)$ và đi qua điểm $M(4;\, 0;\, 0)$ nên bán kính mặt cầu (S) là $R=IM=\sqrt{(4-0)^2+(0-0)^2+(0+3)^2}=5$. Vậy phương trình mặt cầu (S) là $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 34: Đáp án C

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;2;1)$. Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với Δ nên nó nhận $\vec{a}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$2(x-1)+2(y-1)+z+1=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$.

Câu 35: Đáp án B

$\overrightarrow{MN}=(2;2;4)=2(1;1;2)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$

Câu 36: Đáp án A

Gọi A là biến cố: “ Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn ”. Ta có $|\Omega|=9.A_9^2=648$.

Vì số được chọn có tổng các chữ số là chẵn nên có 2 trường hợp:

TH1: Cả 3 chữ số đều chẵn.

* Có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số chẵn còn lại có C_4^2, => có $(3!-2)C_4^2=24$ số.

* Không có mặt chữ số 0

Chọn 3 chữ số chẵn có C_4^3, => có $3!C_4^3=24$ số.

TH2: Có 2 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.

* Có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2, => có $(3!-2)C_5^2=40$ số.

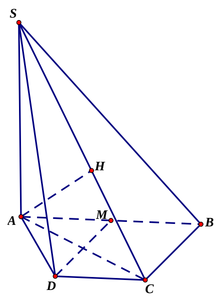
* Không có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2, chọn 1 chữ số chẵn có 4, => có $3!4.C_5^2=240$ số.

$\Rightarrow |\Omega_A|=24+24+40+240=328$.

Vậy $P(A)=\dfrac{328}{648}=\dfrac{41}{81}$.

Câu 37: Đáp án A



Ta có $BCDM$ là hình bình hành (vì CD song song và bằng BM) nên $DM = BC = \frac{1}{2}AB$ suy ra tam giác ADB vuông tại D. Tương tự tam giác ACB vuông tại C.

Vì $DM // CB \Rightarrow DM // (SBC) \Rightarrow d(DM, SB) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC))$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$, do đó gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC thì $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (BC)) = AH$.

Trong tam giác vuông SAC ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{2}$

Vậy $d(SB, DM) = \frac{3a}{4}$.

<u>Câu 38:</u> Đáp án B

Ta có $f(x) = \int f'(x)\mathrm{d}x = \int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$

$= \int \frac{x\left(x+1+\sqrt{x+1}\right)}{(x+1)^2 - (x+1)}\mathrm{d}x = \int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)\mathrm{d}x = x + 2\sqrt{x+1} + C$

Ta có $f(3) = 3 \Leftrightarrow C = -4$ suy ra $f(x) = x + 2\sqrt{x+1} - 4$.

Khi đó $\int_3^8 f(x)\mathrm{d}x = \int_3^8 \left(x + 2\sqrt{x+1} - 4\right)\mathrm{d}x = \frac{197}{6}$.

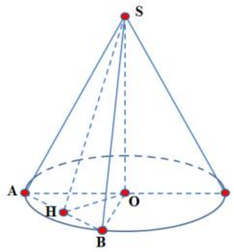
<u>Câu 39:</u> Đáp án D

Tập xác đinh của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ và $f'(x) = \frac{4-m^2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \le 0$

Do m nhận giá trị nguyên nên $m \in \{-1; 0\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

<u>Câu 40:</u> Đáp án A



Mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB.

Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB$ và $OH \perp AB$.

Theo đề bài ta có: $h = SO = 2\sqrt{5}$. $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB.SH = 9\sqrt{3}$, mà $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB.\frac{AB\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$. $\Leftrightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2 = 36 \Leftrightarrow AB = 6\ (AB > 0)$. $\Rightarrow SA = SB = AB = 6$.

Mặt khác ΔSOA vuông tại O ta có: $SA^2 = OA^2 + SO^2 \Rightarrow OA^2 = SA^2 - SO^2 = 16$. $\Rightarrow r = OA = 4\ (OA > 0)$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.4^2.2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

<u>Câu 41:</u> Đáp án B

Giả sử $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y) = t$. Suy ra: $\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2.9^t + 6^t = 4^t$

$\Leftrightarrow 2.\left(\frac{9}{4}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1\ (loai) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. Ta có : $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

<u>Câu 42:</u> Đáp án A

Cách 1 : Xét $u = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[0;3]$ có $u' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0;3]$.

Khi đó $\begin{cases} \max\limits_{[0;3]} u = \max\{u(0), u(1), u(3)\} = \max\{m, m-2, m+18\} = m + 18 \\ \min\limits_{[0;3]} u = \min\{u(0), u(1), u(3)\} = \min\{m, m-2, m+18\} = m - 2 \end{cases}$.

Suy ra $\max\limits_{[0;3]} f(x) = \max\{|m-2|, |m+18|\} = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+18| = 16 \\ |m+18| \ge |m-2| \end{cases} \\ \begin{cases} |m-2| = 16 \\ |m-2| \ge |m+18| \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = -14 \end{array}\right.$.

Do đó tổng tất cả các phần tử của S bằng -16.

Cách 2 :

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m, x \in [0;3]$, ta có $g'(x) = 3x^2 - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y=g\left(x\right)$:

x	0		1		3
y'		-	0	+	
y	m	↘	$m-2$	↗	$m+18$

Từ bảng biến thiên ta suy ra :

Nếu : $m\ge -8$ thì $\underset{[0;3]}{Max}\, f\left(x\right)=m+18$, do đó $\underset{[0;3]}{Max}\, f\left(x\right)=16\Leftrightarrow m+18=16\Leftrightarrow m=-2$

Nếu : $m<-8$ thì $\underset{[0;3]}{Max}\, f\left(x\right)=2-m$, do đó $\underset{[0;3]}{Max}\, f\left(x\right)=16\Leftrightarrow 2-m=16\Leftrightarrow m=-14$

Vậy $S=\left\{-14;-2\right\}$. Tổng các phần tử của S bằng -16.

<u>Câu 43:</u> Đáp án C

Điều kiện: $x>0$. $pt\Leftrightarrow \left(1+\log_2 x\right)^2-\left(m+2\right)\log_2 x+m-2=0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x-m\log_2 x+m-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=m-1\end{array}\right.$; Ta có: $x\in\left[1;2\right]\Leftrightarrow \log_2 x\in\left[0;1\right]$.

Vậy để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[1;2\right]$ khi và chỉ khi

$0\le m-1<1\Leftrightarrow 1\le m<2$.

<u>Câu 44:</u> Đáp án B

Theo đề bài $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$ ta suy ra:

$\Rightarrow \left(\cos 2x\right)'=f(x)e^x\Leftrightarrow -2\sin 2x=f(x)e^x\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-2\sin 2x}{e^x}$.

$\Rightarrow f'(x)=\dfrac{-4e^x\cos 2x+2e^x\sin 2x}{\left(e^x\right)^2}=\dfrac{-4\cos 2x+2\sin 2x}{e^x}$. $\Rightarrow f'(x).e^x=-4\cos 2x+2\sin 2x$

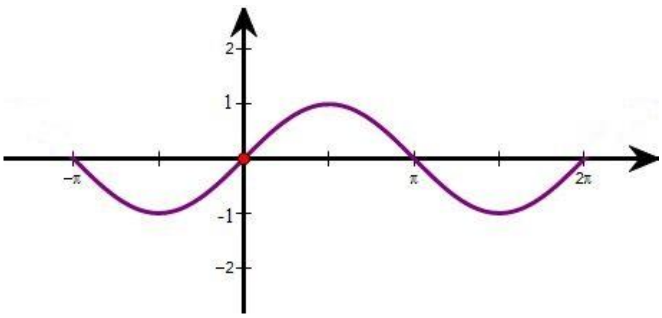
Vậy $\int f'(x)e^x\mathrm{dx}=\int(-4\cos 2x+2\sin 2x)\mathrm{dx}=-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

<u>Câu 45:</u> Đáp án B

Ta có $2f\left(\sin x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(\sin x\right)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sin x=a_1\in\left(-\infty;-1\right) & (1)\\ \sin x=a_2\in\left(-1;0\right) & (2)\\ \sin x=a_3\in\left(0;1\right) & (3)\\ \sin x=a_4\in\left(1;+\infty\right) & (4)\end{array}\right.$

Các phương trình (1) và (4) đều vô nghiệm.

Xét đồ thị hàm số $y=\sin x$ trên $\left[-\pi;2\pi\right]$



Ta thấy phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt và phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt đồng thời trong số chúng không có 2 nghiệm nào trùng nhau. Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$.

Câu 46: Đáp án C

Do $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn nên là hàm số liên tục và có đạo hàm luôn xác định tại $\forall x\in\mathbb{R}$.

Theo đồ thị hàm số ta có được $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(-2;0)\\x=x_2\in(0;4)\\x=x_3\in(4;6)\end{array}\right.$.

Mặt khác $g'(x)=(3x^2+6x)f'(x^3+3x^2)$ nên $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2+6x=0\\f'(x^3+3x^2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x^3+3x^2=x_1\\x^3+3x^2=x_2\\x^3+3x^2=x_3\end{array}\right.$.

Xét hàm số $h(x)=x^3+3x^2$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có, $h'(x)=3x^2+6x,\ h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$, từ đó ta có BBT của $y=h(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT của hàm số $h(x)=x^3+3x^2$ nên ta có $h(x)=x_1$ có đúng một nghiệm, $h(x)=x_2$ có đúng 3 nghiệm, $h(x)=x_3$ có đúng một nghiệm phân biệt và các nghiệm này đều khác 0 và -2. Vì thế phương trình $g'(x)=0$ có đúng bảy nghiệm phân biệt và đều là các nghiệm đơn nên hàm số $y=g(x)$ có 7 cực trị.

Câu 47: Đáp án D

+ Ta có: $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y\Leftrightarrow 1+\log_3(x+1)+x=2y+9^y\ (1)$.

+ Đặt $t=\log_3(x+1)$. Suy ra: $x+1=3^t\Leftrightarrow x=3^t-1$.

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow t+3^t = 2y+3^{2y}\,(2)$.

Xét hàm số: $f(h)=h+3^h$, ta có: $f'(h)=1+3^h.\ln 3>0\,\forall h\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(h)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: $(2)\Leftrightarrow f(t)=f(2y)\Leftrightarrow t=2y\Leftrightarrow \log_3(x+1)=2y\Leftrightarrow x+1=3^{2y}\Leftrightarrow x+1=9^y$.

+ Do $0\le x\le 2020$ nên $1\le x+1\le 2021\Leftrightarrow 1\le 9^y\le 2021\Leftrightarrow 0\le y\le \log_9 2021\approx 3,46$.

Do $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{0;1;2;3\}$, với mỗi giá trị *y* cho ta 1 giá trị *x* thoả đề.

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x;y)$ thoả đề.

Câu 48: Đáp án A

Cách 1: Tự Luận: Ta có $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R}\quad(1)$

$$\Leftrightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{0}x^2f(x^3)dx+\int_{-1}^{0}xf(1-x^2)dx=\int_{-1}^{0}(-x^{11}+x^7-2x^2)dx=\frac{-17}{24}$$

Xét $I_1=\int_{-1}^{0}x^2f(x^3)dx$ đặt $u=x^3\Rightarrow du=3x^2dx\Rightarrow \frac{1}{3}du=x^2dx$

Đổi cận: $\begin{cases}x=-1\Rightarrow u=-1\\ x=0\Rightarrow u=0\end{cases}\Rightarrow I_1=\frac{1}{3}\int_{-1}^{0}f(u)du=\frac{1}{3}\int_{-1}^{0}f(x)dx$

Xét $I_2=\int_{-1}^{0}xf(1-x^2)dx$ đặt $u=1-x^2\Rightarrow du=-2xdx\Rightarrow \frac{-1}{2}du=xdx$

Đổi cận: $\begin{cases}x=-1\Rightarrow u=0\\ x=0\Rightarrow u=1\end{cases}\Rightarrow I_2=-\frac{1}{2}\int_{0}^{1}f(u)du=-\frac{1}{2}\int_{0}^{1}f(x)dx$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^{0}f(x)dx-\frac{1}{2}\int_{0}^{1}f(x)dx=\frac{-17}{24}\ (2)$$

Trong (1) thay *x* bởi $-x$ ta được: $-xf(-x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6+2x,\ (3)$

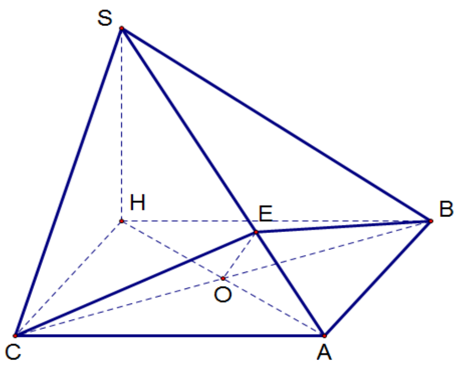
Lấy (1) trừ (3) ta được: $xf(x^3)+xf(-x^3)=-4x\ \Rightarrow x^2f(x^3)+x^2f(-x^3)=-4x^2$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{0}x^2f(x^3)dx+\int_{-1}^{0}x^2f(-x^3)dx=\int_{-1}^{0}-4x^2dx=\frac{-4}{3}\ \Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^{0}f(x)dx+\frac{1}{3}\int_{0}^{1}f(x)dx=\frac{-4}{3}\ (4)$$

Từ (2) và (4) suy ra $\int_{-1}^{0}f(x)dx=\frac{-13}{4}$.

Cách 2: Trắc nghiệm có thể chọn hàm: $f(x)=-x^3+3x-2$

Câu 49: Đáp án D



Cách 1: Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC).

Theo bài ra, ta có $HC \perp CA,\ HB \perp BA \Rightarrow ABHC$ là hình vuông cạnh a.

Gọi $O = HA \cap BC$, E là hình chiếu của O lên SA. Ta dễ dàng chứng minh được $EC \perp SA,\ EB \perp SA$.

Từ đó, ta được: góc giữa (SAC) và (SAB) là góc giữa EB và EC.

Vì $CAB = 90^0$ nên $BEC > 90^0 \Rightarrow BEC = 120^0$. Ta dễ dàng chỉ ra được $OEB = OEC = 60^0$.

Đặt $SH = x \Rightarrow SA = \sqrt{x^2 + 2a^2} \Rightarrow OE = \dfrac{AO.SH}{SA} = \dfrac{xa\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2+2a^2}}$.

$\tan 60^0 = \dfrac{OC}{OE} \Rightarrow \dfrac{a\sqrt{2}}{2} : \dfrac{xa\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2+2a^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = a$. Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{2}V_{S.HBAC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.a.a^2 = \dfrac{a^3}{6}$.

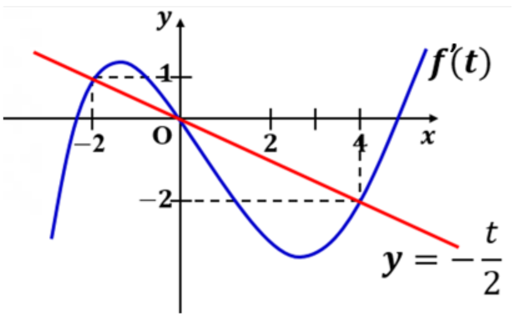
Cách 2: Dùng tọa độ

<u>Câu 50:</u> Đáp án A

Cách 1: Ta có: $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) > -\dfrac{1-2x}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\dfrac{t}{2}$.



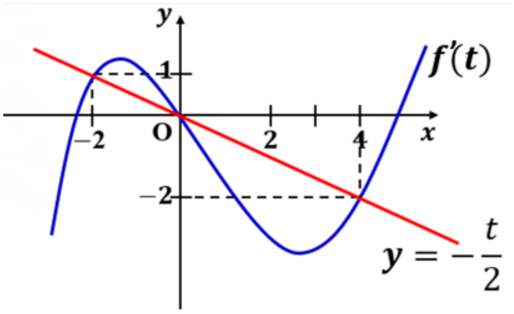
Dựa vào đồ thị ta có: $f'(t) > -\dfrac{t}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < t < 0 \\ t > 4 \end{array}\right.$.

Khi đó: $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < 1-2x < 0 \\ 1-2x > 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{2} < x < \dfrac{3}{2} \\ x < -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Cách 2:

Ta có: $g\left(x\right)=f\left(1-2x\right)+x^2-x\Rightarrow g'\left(x\right)=-2f'\left(1-2x\right)+2x-1$ và $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(1-2x\right)=-\dfrac{1-2x}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f'\left(t\right)$ và $y=-\dfrac{t}{2}$.



Từ đồ thị ta có: $f'\left(t\right)=-\dfrac{t}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=0\\t=4\end{array}\right.$. Khi đó: $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=-2\\1-2x=0\\1-2x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\x=\dfrac{1}{2}\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{2}$		$\dfrac{1}{2}$		$\dfrac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy: hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

……………………………***Hết***……………………………...